

Ecole de Recherche CIMPA  
**”Analyse et Probabilités”**

Cocody-Abidjan, Côte d’Ivoire  
17-28 mars 2014

**Résumés des séminaires**

# Couplage du principe des grandes déviations et de l'homogénéisation dans le cas des EDPS paraboliques

Alioune COULIBALY

*Université Assane Seck de Ziguinchor - Sénégal*  
[lunecoumbe@yahoo.fr]

Notre proposition est de faire une comparaison de la théorie des grandes déviations et de l'homogénéisation dans le cas des équations différentielles partielles EDPS paraboliques. Cette comparaison a débuté avec les travaux de P. Baldi 1990, puis généralisée dans les cas équations différentielles stochastiques par Freidlin et Sowers 1999. En suite Diedhiou et Manga ont fait une étude dans le cas des EDPS paraboliques en supposant que le paramètre d'homogénéisation converge plus vite que celui de la théorie des grandes déviations sous la condition de non dégénérescence.

Dans le but de finir l'étude dans le cas des EDPS paraboliques nous supposons que les deux paramètres convergent à la même vitesse.

# Large deviation for multivalued backward stochastic differential equations

Ibrahim DAKAOU

*Université de Maradi, BP 465 Maradi, NIGER*  
[idakaou@yahoo.fr]

2000 Mathematics Subject Classification. 60F10

We consider a multivalued forward-backward stochastic differential equation where the diffusion coefficient of the forward equation is perturbed by a small parameter  $\epsilon > 0$ . We prove that, as  $\epsilon$  goes to 0, the solution of the backward equation converges to the solution of a deterministic backward equation and satisfies a Freidlin-Wentzell type large deviation principle.

# Limit of the solution of a PDE in the degenerate case

Alassane DIEDHIOU

*Université de Ziguinchor, Sénégal*  
[as.diedhiou@yahoo.fr]

We consider the solution  $u^{\epsilon, \delta}$  of a PDE depending on two parameters  $\epsilon > 0$  (homogenization) and  $\delta > 0$  (large deviations principle). We study the limit of  $u^{\epsilon, \delta}$  when  $\epsilon > 0$  and  $\delta > 0$  tend to zero, with  $\delta > 0$  decreasing faster to zero than  $\epsilon > 0$ .

# A weak Poincaré-Sobolev inequality for functions in Morrey spaces

Modeste ESSOH

*Université Nangui Abroguia, Côte d'Ivoire*  
[[essohmod\\_sfa@una.edu.ci](mailto:essohmod_sfa@una.edu.ci)]

Dans ce travail, nous généralisons l'inégalité de Poincaré-Sobolev pour les fonctions qui appartiennent à des espaces des sobolev sous des conditions naturelles d'annulation à l'infini. Pour cela nous montrons une propriété de continuité pour l'opérateur potentiel de Riesz qui est un opérateur fortement lié l'opérateur maximal fractionnaire. Nous déduisons de ce résultat une inégalité de Poincaré avec des normes de type Morrey.

# Intrinsic square functions on functions spaces including weighted Morrey spaces

Justin FEUTO

*UFR-MI, Université Félix Houphoët-Boigny, 22BP1194 Abidjan 22, Côte d'Ivoire*  
[justfeuto@yahoo.fr]

2000 Mathematics Subject Classification. 42B25; 47B38; 47B47

We prove that the intrinsic square functions including Lusin area integral and Littlewood-Paley  $g_\lambda^*$ -function as defined by Wilson, are bounded in a class of function spaces include weighted Morrey spaces. The corresponding commutators generated by  $BMO$  functions are also considered.

## References

- [1] J. Feuto, I. Fofana and K. Koua, *Integrable fractional mean functions on spaces of homogeneous type*, Afr. Diaspora J. Math. **9** 1 (2010), 8-30.
- [2] J. J. F. Fournier and J. Stewart, *Amalgams of  $L^p$  and  $L^q$* , Bull. Amer. Math. Soc. **13** 1 (1985), 1-21.
- [3] Y. Komori and S. Shirai, *Weighted Morrey spaces and a singular integral operator*, Math. Nachr. **2822** (2009), 219–231.
- [4] H. Wang, *Intrinsic square functions on the weighted Morrey spaces*, J. Math. Anal. Appl, **396** (2012), 302-314.
- [5] M. Wilson, *The intrinsic square function*, Rev. Mat. Iberoamericana, **23** (2007), 771–791.
- [6] M. Wilson, *Weighted Littlewood-Paley Theory and Exponential-Square Integrability*, Lecture Notes in Math, Vol. 1924, Springer-Verlag, 2007.

# Minimum Hellinger distance estimation for nonstationary processes

Ouagnanina HILI

*INP-Félix Houphouët-Boigny, BP 1093 Yamoussoukro, Côte d'Ivoire*  
[o.hili@yahoo.fr]

In this paper we are interested in the estimation of non stationarity processes by the minimum Hellinger distance estimator (Beran, 1977) in spectral framework. This distance is originally applied to probability distributions. We consider a non-stationary process and we generalize the minimum Hellinger distance estimates method of stationary processes to processes that only show locally stationary behavior. Asymptotic properties of the estimator are showed. The robustness of the estimator is investigated through simulation study.

# Global analysis of a deterministic and stochastic nonlinear SIRS epidemic model with saturated incidence rate

Gérard KANGA

*UFR-MI, Université Félix Houphoët-Boigny, Côte d'Ivoire*  
[gerardkanga@yahoo.fr]

We present in this paper an SIRS epidemic model with a saturated incidence rate and disease causes death. In the deterministic case, we prove the existence of endemic equilibrium and the global stability of the disease free equilibrium. For the stochastic version, we introduce a perturbation in the contact rate and we prove existence of global solution and the global stability  $n^{th}$  moment of the system as soon as the intensity of the white noise is below a certain threshold..



# Modeling of battery cell under discharge

Victorien F. KONANE

*Mathematic Department Ouagadougou University BURKINA FASO*  
[konanevictorien@yahoo.fr]

The subject of this work is mathematical modeling of state-of-charge and voltage level in simple battery cells, such as a non-rechargeable 3 Volts Lithium coin battery. The goal is to understand the response of the battery, and ultimately to predict battery lifetime, as capacity is consumed under a given discharge usage pattern. The main incentive for our work is the battery usage in Wireless Sensor Networks and similar Internet-of-Things systems. the first step is to consider a spatial linear model which lead to a linear diffusion equation with Robin type boundary conditions under scaling and after we consider a nonlinear model.

# Champs de Jacobi lelong des applications propres du champ de tension qui sont à valeurs dans une variété Riemannienne symétrique

Moussa KOUROUMA

*Université Félix Houphouët Boigny, Abidjan Côte d'Ivoire*  
[mkouroumafr@yahoo.fr]

Soient  $(M, g)$  et  $(N, h)$  deux variétés Riemanniennes compactes, et  $u : M \rightarrow N$  une application harmonique de classe  $\mathcal{C}^2$  pour simplifier, sinon le travail se passe dans l'espace de Sobolev  $W^{1,2}((M, g), (N, h))$ . Le champ de tension de  $u$  est défini par:

$$\tau(u) = \text{Trace}(\nabla du).$$

$u$  est dite harmonique lorsque  $\tau(u) = 0$ .

Soient  $\lambda \in \mathbb{R}$  et  $w : M \rightarrow N$  une application continue ( appelée le modèle ) qui est homotope à  $u$ . On dit que  $u$  est une application propre de  $\tau$ , associée à  $\lambda$  et avec modèle  $w$ , lorsque

$$\tau(u)(x) - \lambda \exp_{u(x)}^{-1} w(x) = 0, \forall x \in M.$$

Cette équation généralise le problème du spectre de l'opérateur de Laplace - Beltrami  $\Delta$  pour les fonctions. C'est une EDP elliptique non linéaire.

On sait que le spectre de  $\Delta$  est discret et que ses espaces propres sont des espaces vectoriels de dimension finie.

On sait aussi que l'espace propre de  $\tau$  associé à un  $\lambda$  donné ne saurait être un espace vectoriel puisque l'ensemble d'arrivée n'est pas un espace vectoriel. Néanmoins on arrive à obtenir des informations sur ces espaces sous certaines conditions sur  $\lambda$  sur les géométries de  $(M, g)$  et  $(N, h)$ . On sait en plus que le spectre de  $\tau$  n'est pas toujours discret, et qu'on assiste à des phénomènes de bifurcation.

Un champ de vecteurs lelong de  $u$ ,  $V \in \Gamma(u^{-1}(TN))$ , est appelé un champ de Jacobi lelong de  $u$  lorsque: si  $(e_i)_i$  est un champ local de bases orthonormées on a

$$\nabla_{e_i} \nabla_{e_i} V - \nabla_{\nabla_{e_i} e_i} V + R^N(V, d_{e_i} u) d_{e_i} u - \lambda \nabla_V \exp^{-1} w = 0.$$

Cette équation-ci est une EDP elliptique linéaire.

Si  $u_t$  est une application propre associée à  $\lambda$ ,  $\forall t \in [0, 1]$ , alors  $V := \frac{\partial u_t}{\partial t}|_{t=0}$  est un champ de Jacobi ( dit intégrable ) lelong de  $u_0$ .

La connaissance des champs de Jacobi permet de savoir, par exemple, la quantité d'élément dans un sous espace propre.

On sait par exemple que: si  $V$  est un champ de Jacobi lelong de  $u$  pour les paramètres  $\lambda$  et  $w$ , alors

1. Si  $\lambda = 0$  et  $(N, h)$  est à courbure sectionnelle négative, alors  $\nabla V = 0$ ,
2. Si  $\lambda = 0$  et  $(N, h)$  est symétrique, alors  $\nabla(\frac{V}{\|V\|}) = 0$ ,

3. Si  $(N, h)$  est symétrique,  $w$  est harmonique à énergie minimale,  $w \neq u$ , et  $u$  est dans un certain cône par rapport à  $w$ , alors  $\lambda \geq c > 0$ , où  $c$  est une constante ne dépendant que des géométries en présence.

Dans ce travail - ci, qui est encore au stade de l'instruction, nous généralisons entre autre le résultat de 2) au cas où  $\lambda \neq 0$ .  $(N, h)$  étant symétrique, on a:

- a) Pour  $\lambda < 0$  il n'existe pas de champ de Jacobi autre que 0
- b)  $\exists C_1 > 0, C_2 > 0$  tels que:  $\forall \lambda \in [0, C_1[$  on a  $\left\| \nabla \left( \frac{V}{\|V\|} \right) \right\| \leq C_2 \lambda^{1/2}$
- c) Si  $(N, h)$  est à courbure sectionnelle positive, il existe  $C > 0$  tel que: si  $\lambda \in [0, C[$  alors  $\|V\| = C^{te}$ .

# Isomorphism between Sobolev spaces and Bessel potential spaces in the setting of Wiener amalgam spaces

Akon Abokon Bérenger Patrick KPATA

*Université Nangui Abroguia, Côte d'Ivoire*  
[kpata\_akon@yahoo.fr]

A classical result due to A. P. Calderon states that Bessel potential spaces and Sobolev spaces defined on the same Lebesgue space and of the same integer order are isomorphic. We show that this result remains true when we replace Lebesgue spaces by some particular subspaces of Wiener amalgam space.

# Parameter estimation problem for a sub-fractional OrnsteinUhlenbeck process

Ibrahima MENDY

*Université de Ziguinchor, Sénégal*  
[ mendyibrahima70@yahoo.fr ]

We consider the parameter estimation problem for the sub-fractional OrnsteinUhlenbeck process defined as ,  $X_0 = 0$ ,  $dX_t = \vartheta X_t dt + dS_t^H$ ,  $t \geq 0$ , with parameter  $\vartheta > 0$ , where  $S^H$  is a sub-fractional Brownian motion with index  $H > \frac{1}{2}$ . We study the consistency and the asymptotic distribution of the least squares estimator  $\hat{\theta}_t$  of  $\vartheta$  based on the observation  $\{X_s, s \in [0, t]\}$  as  $t \rightarrow \infty$ .

# A stochastic Weeds compete with crops(Millet and groundnut) model

Mahé NDAO

*Université Gaston Berger de Saint-Louis - Sénégal*  
[mahe16g2g@yahoo.fr]

In this paper we show a stochastic model of weeds compete with crops (millet and groundnut) about resources available. Why the analysis stochastic differential equations are important here. The existence theorem of weak solution has been used. We also do a discretization of the model on a patching interval by using the Euler scheme. And finally different simulation model solutions are doing on changing data parameters with a view to see populations behaviour.

# Grandes déviations en épidémiologie

Etienne PARDOUX

*I2M, Université d'Aix-Marseille*  
[etienne.pardoux@univ-amu.fr]

On présente les modèles déterministes et stochastiques en épidémiologie, en détaillant les cas du modèle SIS et d'un modèle SIV. Les modèles déterministes sont les limites loi des grands nombres des modèles stochastiques, qui sont des modèles poissonniens. On a aussi un théorème limite central et un rsultat d'approximation diffusion.

On présente enfin l'application de la théorie des grandes déviations pour les modèles poissonniens aux modèles de l'épidémiologie. Notre approche permet d'obtenir des résultats sur le temps d'extinction d'une situation endémique dans le modèle SIS.

# Statistical analysis of rank data from a visual matching of colored textures

Amadou SAWADOGO

*UFR-MI, Université Félix Houphoët-Boigny, 22 BP 582 Abidjan 22, Côte d'Ivoire*  
[amadou.sawadogo@gmail.com]

Nowadays, sensory properties of materials are subject to growing attention both in an hedonic point of view and in an utilitarian one. Hence, the formulation of the foundations of an instrumental metrological approach that will allow for the characterization of visual similarities between textures belonging to the same type becomes a challenge of the research activities in the domain of perception. In this paper, our specific objective is to link an instrumental approach of metrology of the assessment of visual textures with a metrology approach based on a soft-copy experiment performed by human judges. The experiment consisted in ranking of isochromatic colored textures according to the visual contrast. A fixed effects additive model is considered for the analysis of the rank data collected from the softcopy experiment. The model is fitted to the data using a least squares criterion. The resulting data analysis gives rise to a sensory scale that shows a non-linear correlation and a monotonic functional relationship with the physical attribute on which the ranking experiment is based. Furthermore, the capacity of the judges to discriminate the textures according to the visual contrast varies according to the color ranges and the textures types.



# Stochastic variational inequality and reflected BSDE with single $L^2$ obstacle

Abou SENE

*UFR SAT, Université Gaston Berger Saint-Louis, Sénégal*  
[seneugb@yahoo.fr]

El-Karoui et al. [1] have introduced the notion of continuous reflected BSDE. Actually, it is a backward equation but one of the components of the solution is forced to stay above a given continuous boundary process. They proved that there exists a unique solution to this equation if the terminal condition  $\zeta$  and the coefficient  $g$  satisfy smooth integrability assumptions and if  $g(t, \omega, y, z)$  is Lipschitz in  $(y, z)$  uniformly in  $(t, \omega)$ . It was proved in this paper that the solution of the reflected BSDE is the smallest  $g$ -supersolution of this BSDE that dominates the given boundary process, called lower reflecting obstacle. When the lower boundary  $L$  is only and  $L^2$ -process, Peng [2] proved the existence of the smallest  $g$ -supersolution of BSDE that dominates this  $L$  and then applied this result to prove a nonlinear decomposition of Doob-Meyer's type, i.e. a  $g$ -supermartingale is a  $g$ -supersolution. In [3] Peng and Xu formulate a generalized Skorohod condition and then characterize the above smallest  $g$ -supermartingale as the unique solution of the related reflected BSDE. In [4], we consider a class of reflected BSDE with single  $L^2$  obstacle and characterize its solution as the unique solution of a associated stochastic variational inequality.

## References

- [1] El Karoui, N., Kapoudjian, C., Pardoux, E., Peng, S. and Quenez, M. C., *Reflected solutions of backward SDE's and related obstacle problems for PDEs*, Ann. of Prob. **25**. No. 2 (1997), pp. 702-737.
- [2] Peng, S., *Monotonic limit theorem of BSDEs and nonlinear decomposition theorem of Doob-Meyer's type*, Prob. Theory Related Field. **113** (1999), pp. 473-499.
- [3] Peng, S. and Xu, M., *The smallest  $g$ -supermartingale and reflected BSDE with single and double  $L^2$  obstacles*, Ann. I. H. Poincaré (2005), pp. 605-630.
- [4] Sene, A., Diakhaby, A. and Ouknine, Y. *Stochastic variational inequality and reflected BSDE with single  $L^2$  obstacle*, African Diaspora Journal of Mathematics, volume 16, Number 1 (2013), pp 37-54.

# Large deviations for the maximum likelihood estimator and the bayes estimator of the ornstein - uhlenbeck process driven by an ornstein - uhlenbeck processes

Kouacou TANOH

*Université Félix Houphouët-Boigny, Abidjan-Côte d'Ivoire*  
[kouacoutanoh@yahoo.fr]

We study large deviations for the maximum likelihood estimator and Bayes estimator On Ornstein-Uhlenbeck driven by Ornstein-Uhlenbeck processes of an unknown parameter two-dimensional appearing in the drift coefficient of a stochastic process described by a stochastic differential after a transformation of this equation. We then study a generalization of the SDE transformed and study large deviations of maximum likelihood estimators and the resulting Bayesian estimator.

# De l'étude de stabilité d'un modèle de métapopulation déterministe à la construction d'un modèle stochastique de transmission de la bilharziose

Lena TENDENG

*Université Gaston Berger - Sénégal*  
[lenatendeng@yahoo.fr]

Dans ce travail, je présente un modèle de métapopulation de la bilharziose et propose son analyse mathématique globale. Nous utilisons des résultats de la théorie des graphes et ceux sur les fonctions de Lyapunov pour montrer la stabilité globale du système régis par le modèle. Ensuite je présenterai un travail en cours sur la construction d'un modèle stochastique de transmission de la bilharziose.

## Index

- Coulibaly, A. : séminaire 7, *Couplage du principe des grandes déviations et de l'homogénéisation dans le cas des EDPS paraboliques*, 1
- Dakoua, I. : séminaire 11, *Large deviation for multivalued backward stochastic differential equations*, 2
- Diedhiou, A. : séminaire 3 , *Limit of the solution of a PDE in the degenerate case*, 3
- Essoh, M. : séminaire 12, *A weak Poincaré-Sobolev inequality for functions in Morrey spaces*, 4
- Feuto, J. : séminaire 10 *Intrinsic square functions on functions spaces including weighted Morrey spaces*, 5
- Hili, O. : séminaire 13, *Minimum Hellinger distance estimation for nonstationary processes*, 6
- Kanga, G. : séminaire 2, *Global analysis of a deterministic and stochastic nonlinear SIRS epidemic model with saturated incidence rate*, 7
- Konane V. F, séminaire 17 : *Modeling of battery cell under discharge*, 8
- Kourouma, M. : séminaire 16, *Champs de Jacobi lelong des applications propres du champ de tension qui sont à valeurs dans une variété Riemannienne symétrique*, 9
- Kpata, A. A. : séminaire 15, *Isomorphism between Sobolev spaces and Bessel potential spaces in the setting of Wiener amalgam spaces*, 11
- Mendy, I. : séminaire 8, *De l'étude de stabilité d'un modèle de métapopulation déterministe à la construction d'un modèle stochastique de transmission de la bilharziose*, 12
- Ndao, M. : séminaire 4, *A stochastic Weeds compete with crops (Millet and groundnut) model*, 13
- Pardoux, E. : séminaire 9, *Grandes déviations en épidémiologie*, 14
- Sawadogo, A. : séminaire 14, *Statistical analysis of rank data from a visual matching of colored textures*, 15
- Sene, A. : séminaire 5, *Stochastic variational inequality and reflected BSDE with single  $L^2$  obstacle*, 16
- Tanoh, K. : séminaire 6, *Large deviations for the maximum likelihood estimator and the bayes estimator of the ornstein - uhlenbeck process driven by an ornstein - uhlenbeck processes*, 17
- Tendeng, L. : séminaire 1, *De l'étude de stabilité d'un modèle de métapopulation déterministe à la construction d'un modèle stochastique de transmission de la bilharziose*, 18